Simulare pentru EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2024

Probă scrisă la matematică **Varianta 2**

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Aflați suma numerelor naturale de două cifre care se divid cu 7.

5p **2.** Determinați valorile reale ale lui ***m*** pentru care funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\left(2+log_{\frac{1}{3}}m\right)\cdot x+1$ este monoton crescătoare pe $\mathbb{R}$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x+\sqrt{x-1}=3$.

5p **4.** Determinați probabilitatea ca alegând o funcție $f:\{1,2,3\}\to\{1,2,3,4\}$, aceasta să **nu** fie injectivă.

5p **5.** Dacă $M(2,-3)$ și $N(-1,0)$sunt capetele unei diagonale a pătratului $MPNQ$, să se determine aria pătratului.

5p **6.** Dacă $\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$, astfel încât $tg\alpha=\frac{1}{\sqrt{2}}$, să se verifice că $\frac{cos\,\alpha-sin\,\alpha}{cos\,\alpha+sin\,\alpha}<\frac{1}{4}$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricele de forma $A(x)=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & cos\,x & -sin\,x\\ 0 & sin\,x & cos\,x\end{pmatrix}$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **a)** Calculați $det\left(A\left(\frac{\pi}{2020}\right)\right)$.

5p **b)** Demonstrați că există $t\in\mathbb{R}$, astfel încât $A(x)\cdot A(y)=A(t)$, oricare ar fi $x,y\in\mathbb{R}$.

5p **c)** Aflați $x\in\mathbb{R}$ pentru care $A(x)^{2020}=I_3$.

2. Pe mulțimea $\mathbb{R}$ definim legea de compoziție $x\circ y=\frac{x\cdot y}{2}-x-y+4$. .

5p **a)** Arătați că $x\circ y=\frac{1}{2}(x-2)(y-2)+2,\ \forall x,y\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Determinați elementul neutru al legii pe mulțimea numerelor reale.

5p **c)** Rezolvați inecuația $x\circ x\le 10$, în mulțimea $\mathbb{Z}$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\setminus\{-1,0\}\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{e^x(x+1-e\cdot x)}{x^2+x}$.

5p **a)** Verificați că $f(x)=\frac{e^x}{x}-\frac{e^{x+1}}{x+1}$,$(\forall)x\in\mathbb{R}\setminus\{-1,0\}$.

5p **b)** Determinați asimptotele verticale la graficul funcției *f*.

5p **c)** Calculați $\lim\limits_{n\to\infty}\left(f(1)+f(2)+\ldots+f(n)\right)$.

2. Se consideră funcțiile $f, F_1, F_2 :(0,2) \to \mathbb{R}, f(x) = \frac{-1}{\sqrt{2x-x^2}}, F_1(x) = arcsin(1-x), F_2(x) = 2arctg\sqrt{\frac{2-x}{x}}$.

5p **a)** Demonstrați că F_2 este o primitivă descrescătoare a funcției *f*.

5p **b)** Demostrați că $F_2(x) - F_1(x) = \frac{\pi}{2}, (\forall)x \in (0,2)$.

5p **c)** Calculați $\int_{\frac{1}{2}}^{1} f(x) \cdot F_1(x)dx$.